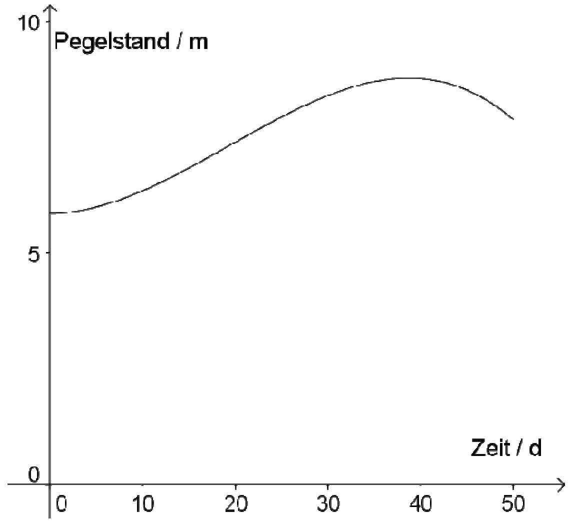
Wiederholungen zur Analysis:

Zur Auswertung eines Hochwassers) in der Studentenstadt Marburg wurden über einen Zeitraum von 50 Tagen (Hochwassertage von Februar bis März) Daten über den Wasserstand der Lahn gesammelt. Anschließend wurde aus den Messwerten eine Pegelstandsfunktion interpoliert. Hierbei stellte man fest, dass sich der Pegelstand y (in Meter) der Lahn in Abhängigkeit von der Zeit t (in Tagen näherungsweise durch den Graphen der Funktion p mit der Gleichung

$$p(t) = -0{,}0001 \cdot t^3 + 0{,}0058 \cdot t^2 - 0{,}0006 \cdot t + 5{,}858 \ (t \in \mathbb{R}, 0 \leq t \leq 50)$$

beschreiben lässt. (Siehe Abbildung rechts).



1.1 Der normale Pegelstand der Lahn beträgt 2,50m.

Zeigen Sie, dass entsprechend dieser Auswertung der höchste Pegelstand vom normalen Pegelstand um etwa 6,22m abwich.

1.2 Ab einem Pegelstand von 7,50m darf der ufernahe Parkplatz nicht genutzt werden.

Ermitteln Sie, für wie viele Tage dieser Parkplatz aus diesem Grund nicht genutzt werden durfte.

1.3 Bestimmen Sie rechnerisch, an welchem Tag der Pegelstand im vorgegebenen Zeitraum am stärksten stieg.

1.4 Fleißige Mathematikstudenten haben berechnet, dass sich für die Darstellung der Abhängigkeit des Pegelstandes s(t) (in Meter) von der Zeit t (in Stunden) eher die Funktion s mit der Gleichung

$$s(t) = 1{,}6 \cdot cos(0{,}08 \cdot t - 3{,}2) + 7{,}5 \ (t \in \mathbb{R}, 0 \leq t \leq 50).$$

eignen würde.

Ermitteln Sie die Zeit, zu der der Pegelstand der Funktion s im Intervall $0 \leq t \leq 50$ am stärksten stieg und am stärksten sank und geben Sie die jeweiligen Steigungen an.

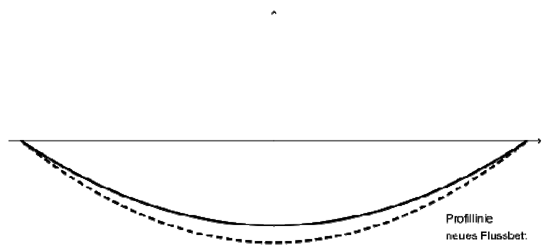
Auf einem nahezu geradlinig verlaufenden Abschnitt soll das Flussbett vertieft werden, um kommenden Überschwemmungen vorzubeugen.

Die Profillinie des ursprünglichen Flussbettes kann im gesamten Abschnitt in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) näherungsweise durch den Graphen der Funktion h mit

$$h(x) = \frac{1}{90} \cdot x^2 - 2{,}5 \ (x \in \mathbb{R}, -15 \leq x \leq 15)$$

beschrieben werden.

Durch Abbaggern soll das Flussbett anschließend die maximale Tiefe von 3 m besitzen. Die Profillinie des neuen Flussbettes kann ebenfalls näherungsweise im gesamten Abschnitt durch einen zur y-Achse symmetrischen Graphen einer ganzrationalen Funktion zweiten Grades beschrieben werden (Siehe Abbildung).



1.5 Ermitteln Sie die Gleichung der Funktion, deren Graph die Profillinie des neuen Flussbettes beschreibt.

1.6 Berechnen Sie, wie viele Kubikmeter Erdreich in einem 100m langen Abschnitt des Flussbettes abgetragen werden müssen.

1.7 Das abgetragene Erdreich soll an den Flussufern links und rechts als Damm zur zusätzlichen Absicherung aufgeschüttet werden.

Bestimmen Sie rechnerisch die Höhe des Damms, wenn die Breite 5m beträgt und die Profilform des Dammes ebenfalls durch eine ganzrationale Funktion zweiten Grades beschrieben werden kann.